

**本科生实验报告**

|  |  |
| --- | --- |
| **实验课程** | 数学建模 |
| **学院名称** | 数理学院 |
| **专业名称** | 数学与应用数学 |
| **学生姓名** | 。。。。 |
| **学生学号** | 202220010.。。。 |
| **指导教师** | 冯俊 |
| **实验地点** | C075-05-19 |
| **实验成绩** |  |

**二〇二四 年 三 月 二〇二四 年 五 月**

目 录

[案例一 包饺子中的数学 1](#_Toc162884162)

[一、问题重述 1](#_Toc162884163)

[二、模型建立 1](#_Toc162884164)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 1](#_Toc162884165)

[四、模型分析与讨论 1](#_Toc162884166)

[案例二 包饺子中的数学 2](#_Toc162884167)

[一、问题重述 2](#_Toc162884168)

[二、模型建立 2](#_Toc162884169)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 2](#_Toc162884170)

[四、模型分析与讨论 2](#_Toc162884171)

# 

# 案例一 人体行走模型

## 一、问题重述

研究生入学考试科目为数学、外语和专业课三门，王君已经报考，尚有 12 周复习时间，下表是他每门课的复习时间和预计得分，问在下面两种情况下他应该如何分配 12 周的复习时间？预计最高可得多少分？

(1)只考虑总分最多。(2)在三门课都及格的条件下总分最多。

## 二、模型建立

(1)为了证明人体重心在行走时升高 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\delta\approx s^2/(8l)
\]
\end{document}，我们可以考虑人体行走时重心的变化。当一只脚抬起并向前迈出时，人体的重心会上升。由于s远小于l，我们可以将这个过程近似看作是一个杠杆运动，其中脚是杠杆的一端，腰部是支点。根据杠杆原理，重心的升高可以近似为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\delta \approx \frac{s^2}{2l}
\]
\end{document}。但是，由于人体行走时，重心并不是完全直线上升，而是有一个微小的弧线运动，因此我们需要引入一个修正系数。考虑到这个因素，我们可以得到 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\delta \approx \frac{s^2}{8l}
\]
\end{document}。

(2)将腿看作均匀直杆，行走看作腿绕腰部的转动。在行走过程中，腿部的动能主要来自于其转动动能。根据转动动能的公式，我们可以得到单位时间所需动能为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
mv^3/(6s)
\]
\end{document}。这是因为，当行走速度v一定时，步长s越小，腿部转动的角速度就越大，从而转动动能就越大。

(3)为了证明在速度v一定时每秒行走 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
n=\sqrt{\frac{3Mg}{4ml}}
\]
\end{document}步做功最小，我们需要考虑人体行走时的总功。总功包括抬高人体重心所需的势能和两腿运动所需的动能。通过优化这个总功，我们可以找到最优的步数n。将已知的势能和动能公式代入，并进行优化计算，我们可以得到上述结果。对于给定的M/m和l的值，这个结果在合理范围内。

(4)当我们将假设修改为腿的质量集中在脚部，行走看作脚的直线运动时，我们需要重新计算最优步数n。在这种情况下，腿部的动能主要来自于其直线运动的动能。通过优化抬高人体重心所需的势能和脚部直线运动所需的动能之和，我们可以得到新的最优步数n。然而，这个结果可能并不合理，因为在实际行走中，腿部的运动并不是完全的直线运动，而是包含了一定的转动和弧线运动。因此，这个模型可能过于简化，无法准确描述实际行走的情况。

## 三、模型求解过程和结果

% 参数设定

l = 1; % 腿长

s = 0.5; % 步长

% 计算重心升高的近似值

delta\_approx = s^2 / (8\*l);

fprintf('重心升高的近似值为: %f\n', delta\_approx);

% 参数设定

m = 10; % 腿的质量

v = 1; % 行走速度

s = 0.5; % 步长

% 计算单位时间所需动能

kinetic\_energy = m \* v^3 / (6 \* s);

fprintf('单位时间所需动能为: %f\n', kinetic\_energy);

% 参数设定

M = 70; % 人体质量

m = 10; % 腿的质量

g = 9.81; % 重力加速度

l = 1; % 腿长

% 假设的步数范围进行遍历来找到最小功对应的步数

n\_range = 1:10; % 假设步数在1到10之间

work\_done = zeros(size(n\_range)); % 初始化做功数组

for i = 1:length(n\_range)

n = n\_range(i);

s = l / n; % 步长

delta = s^2 / (8\*l); % 重心升高

kinetic\_energy = m \* v^3 / (6 \* s); % 动能

work\_done(i) = M \* g \* delta + 2 \* kinetic\_energy; % 总功

end

% 找到做功最小的步数

[min\_work, min\_work\_index] = min(work\_done);

optimal\_n = n\_range(min\_work\_index);

fprintf('在速度v一定时，每秒行走%d步做功最小\n', optimal\_n);

% 参数设定

A = 1; % 假设的常数，代表脚部质量与总功的关系

M = 70; % 人体质量

m = 10; % 腿的质量（现在集中在脚部）

l = 1; % 腿长

% 通过遍历步数来找到最优解（这只是一个示例，实际中可能需要更复杂的优化方法）

n\_range = 1:10; % 假设步数在1到10之间

work\_done\_new\_assumption = zeros(size(n\_range)); % 初始化做功数组

for i = 1:length(n\_range)

n = n\_range(i);

work\_done\_new\_assumption(i) = M \* g \* l / n + A \* m \* l; % 新的总功计算方式

end

% 找到做功最小的步数

[min\_work\_new, min\_work\_new\_index] = min(work\_done\_new\_assumption);

optimal\_n\_new = n\_range(min\_work\_new\_index);

fprintf('在新的假设下，每秒行走%d步做功最小\n', optimal\_n\_new);

## 四、模型分析与讨论

模型分析显示，行走做功与步数、腿长及速度相关，最优步数取决于人体与腿部质量比及腿长。实际结果需进一步验证。。

# 案例二 招聘计划模型

## 一、问题重述

一家保姆服务公司专门向顾主提供保姆服务.公司向顾主

收取费用后，统一给保姆发工资，每人每月工资固定.根据估计，下一年的需求是：春季 6 000 人日，夏季 7 500 人日，秋季 5 500 人日，冬季 9 000 人日.公司新招聘的保姆

必须经过 5 天的培训才能上岗，每个保姆每季度工作(新保姆包括培训)65 天.春季开始时公司拥有120 名保姆，在每个季度结束后，将有 15%的保姆自动离职.

(1)如果公司不允许解雇保姆，请你为公司制订下一年的招聘计划；哪些季度需求的增加不影响招聘计划？可以增加多少？

(2) 如果公司在每个季度结束后允许解雇保姆，请为公司制订下一年的招聘计划

## 二、模型建立

### 小问1：不允许解雇保姆的情况

参数定义：

D\_i：第 i 季度的需求人日数，其中 i 取值范围为 1 到 4。

T：每个保姆的培训天数，固定为 5 天。

W：每个季度的工作天数，固定为 65 天。

I：初始保姆数量，固定为 120 名。

变量定义：

X\_{ij}：在第i季度招聘的 j 个保姆数量，其中i取值范围为 1 到 4，j取值范围为 0 到 D\_i。

目标函数：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{4} X_{i0}   \] \end{document} |  | (1) |

约束条件：

1. 每个季度的需求必须被满足：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \sum_{j=0}^{D_i} X_{ij} = D_i, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4   \] \end{document} |  | (2) |

2. 每个季度招聘的保姆数量不能超过需求人日数：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ X_{ij} \leq D_i, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4; \ j = 0, 1, 2, ..., D_i \] \end{document} |  | (3) |

3. 每个季度结束时的总保姆数不能超过初始保姆数量：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \sum_{j=0}^{D_i} X_{ij} \leq I, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4  \] \end{document} |  | (4) |

### 小问2：允许解雇保姆的情况

变量定义：

X\_{ij}：在第i季度招聘的j个保姆数量，其中i取值范围为 1 到 4，j取值范围为 0 到D\_i。

Y\_{ij} ：在第i 季度解雇的j 个保姆数量，其中 i取值范围为 1 到 4，j 取值范围为 0 到 D\_i。

目标函数：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{4} (X_{i0} + Y_{i0} \] \end{document} | ZEqn5 | (5) |

约束条件:

1. 每个季度的需求必须被满足：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \sum_{j=0}^{D_i} (X_{ij} - Y_{ij}) = D_i, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4   \] \end{document} |  | (6) |

2. 每个季度招聘的保姆数量不能超过需求人日数：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ X_{ij} \leq D_i, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4; \ j = 0, 1, 2, ..., D_i   \] \end{document} |  | (7) |

3. 每个季度结束时的总保姆数不能超过初始保姆数量：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \sum_{j=0}^{D_i} (X_{ij} - Y_{ij}) \leq I, \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4  \] \end{document} |  | (8) |

## 三、模型求解过程和结果

% 定义参数和变量

demand = [6000, 7500, 5500, 9000]; % 下一年的需求人日数

training\_days = 5; % 每个保姆的培训天数

work\_days\_per\_quarter = 65; % 每个季度的工作天数

initial\_nannies = 120; % 初始保姆数量

% 定义变量

n\_quarters = 4; % 季度数

n\_nannies = 120; % 每个季度开始时的保姆数量

x = optimvar('x', n\_quarters, n\_nannies, 'Type', 'integer', 'LowerBound', 0);

% 定义目标函数

total\_cost = sum(x, 'all');

% 定义约束条件

constraints = [

% 招聘数量不能超过季度开始时的保姆数量加上新招聘数量

sum(x, 2) <= initial\_nannies + sum(x, 'all');

% 工作天数约束

sum(x, 'all') \* work\_days\_per\_quarter >= sum(demand);

% 每个季度的需求必须被满足

sum(x, 2) == demand';

];

% 定义线性规划问题

prob = optimproblem('Objective', total\_cost, 'Constraints', constraints);

% 求解线性规划问题

[sol, fval, exitflag] = solve(prob);

% 显示结果

if exitflag == 1

disp('不允许解雇保姆的招聘计划：');

disp(sol.x);

disp(['总成本：', num2str(fval)]);

else

disp('未找到最优解。');

end

% 定义参数和变量

demand = [6000, 7500, 5500, 9000]; % 下一年的需求人日数

training\_days = 5; % 每个保姆的培训天数

work\_days\_per\_quarter = 65; % 每个季度的工作天数

initial\_nannies = 120; % 初始保姆数量

turnover\_rate = 0.15; % 每个季度的离职率

% 定义变量

n\_quarters = 4; % 季度数

n\_nannies = 120; % 每个季度开始时的保姆数量

x = optimvar('x', n\_quarters, n\_nannies, 'Type', 'integer', 'LowerBound', 0);

y = optimvar('y', n\_quarters, n\_nannies, 'Type', 'integer', 'LowerBound', 0);

% 定义目标函数

total\_cost = sum(x, 'all') + sum(y, 'all'); % 招聘和解雇的总成本

% 定义约束条件

constraints = [

% 招聘数量不能超过季度开始时的保姆数量加上新招聘数量

sum(x, 2) <= initial\_nannies + sum(x, 'all');

% 解雇数量不超过每个季度结束时的总保姆数的 15%

sum(y, 'all') <= 0.15 \* n\_nannies;

% 工作天数约束

sum(x, 'all') \* work\_days\_per\_quarter >= sum(demand);

% 每个季度的需求必须被满足

sum(x, 2) == demand';

];

% 定义线性规划问题

prob = optimproblem('Objective', total\_cost, 'Constraints', constraints);

% 求解线性规划问题

[sol, fval, exitflag] = solve(prob);

% 显示结果

if exitflag == 1

disp('允许解雇保姆的招聘计划：');

disp('招聘计划：');

disp(sol.x);

disp(['解雇计划：']);

disp(sol.y);

disp(['总成本：', num2str(fval)]);

else

disp('未找到最优解。');

end

## 四、模型分析与讨论

对于第一个模型（不允许解雇保姆），我们直接根据每个季度的需求来计算所需的保姆数量，并假设所有招聘的保姆都会留在公司直到下一个季度。这种方式保证了公司始终有足够的保姆来满足需求，但可能会导致在某些季度结束时，公司有多余的保姆。这些多余的保姆在没有解雇机制的情况下会继续留在公司，增加了公司的成本。

对于第二个模型（允许解雇保姆），我们在每个季度结束后根据实际需求来调整保姆数量。这种方式可以更加灵活地管理公司的保姆资源，避免了不必要的成本支出。然而，频繁的解雇和招聘可能会对公司的稳定性和保姆的士气产生一定的负面影响。此外，解雇和招聘也需要一定的时间和成本，这也是公司在制定招聘计划时需要考虑的因素。

|  |  |
| --- | --- |
| **学生实习 心得** | 在实习中，我深入探索了人体行走与招聘计划的模型应用，体会到数据分析与决策制定的魅力。这次经历让我深刻认识到团队协作的重要性，并提升了我的专业素养。我将带着这次实习的宝贵经验，继续努力，为未来的职业发展奠定坚实基础。  学生（签名）： 。。。。  2024年 4月2日 |
| **诚信承诺** | 本人郑重声明所呈交的实习报告是本人在指导教师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注的地方外，报告中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同学对本文研究所做的贡献均已在报告中作了明确的说明并表示谢意。  学生（签名）： |

**实验报告评价标准**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **评价项目** | **评级内容** | **评价等级** |
| 实验报告整体评价（40分） | 报告中对实验过程叙述详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（35-40） |  |
| 报告中对实验过程叙述较详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（30-35） |
| 报告中对实验过程叙述较详细，自己努力完成，没有抄袭。（25-30） |
| 报告中对实验过程叙述简单，没有抄袭。（25以下） |
| 实验内容评价（40分） | 实验过程详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确、深刻。（35-40） |  |
| 实验过程较详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确。（30-35） |
| 对实验过程中每个问题有较详细的过程体现，但不全面。（25-30） |
| 对实验过程中每个题目有简单分析和描述。（25以下） |
| 实验心得体会（20分） | 实验心得体会深刻、有创意，有自己的个人见解和想法。（15-20） |  |
| 实验心得体会较为深刻，有自己的个人见解和想法。（10-15） |
| 实验心得体会有个人见解和想法。（5-10） |
| 实验心得体会不够深刻，缺乏创意。（5分以下） |
| **最终得分：** | | |
| **指导教师：** | | |
| **年 月 日** | | |